



## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2026–2027

Fullt nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Netfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_ Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Hófst þú nám í framhaldsskóla árið 2025 eða fyrr?

☐ Já (*Efra stig*)      ☐ Nei (*Neðra stig*)

|          |  |
|----------|--|
| I        |  |
| II       |  |
| 16       |  |
| 17       |  |
| 18       |  |
| 19       |  |
| $\Sigma$ |  |

Þau sem hófu nám í framhaldsskóla árið 2025 eða fyrr teljast til *efra stigs*. Önnur teljast til *neðra stigs*. Efstu nemendur á hvoru stigi fyrir sig komast áfram í loka-keppni.

*Nauðsynlegt er að fylla út allar umbeðnar upplýsingar, þar sem þau sem fara yfir þekkja ykkur **ekki**.*

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Þetta er **ekki próf**. Svarið því sem þið getið og ekki hafa áhyggjur þótt þið sleppið einhverjum spurningum. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn. Notið rissblöð fyrir uppköst sem þið skilið ekki. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Myndir sem fylgja sumum dæmum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, hringfari og reglustika. **Notkun reiknivéla og síma er óheimil.**

**Fyrsti hluti** (30 stig)

Í þessum hluta eru tíu dæmi. Merkið við í mesta lagi einn svarkost. Rétt svar gefur þrjú en eitt stig er dregið frá fyrir rangt. Það er nákvæmlega eitt rétt svar.

1. Á bókasafni eru allar 120 bækurnar á íslensku. Hvað þyrfti að bæta við mörgum bókum á ensku svo 20% bókanna séu á ensku?

☐20                      ☐24                      ☐30                      ☐36

2. Hver eftirfarandi stæða er ekki deilanleg með 2026?

☐ $2025^2 - 1$               ☐ $27 \cdot 2025 + 27$               ☐ $2025^3 + 1$               ☐ $1 + 2 + \dots + 2026$

3. Hvert er meðaltal allra þriggja stafa talna?

☐500                      ☐500,5                      ☐549,5                      ☐550

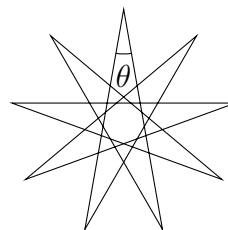
4. Virðisaukaskattur á Íslandi er 24%. Hann leggst ofan á upphaflegt verð til að fá raunverulegt verð í búðum. Hvað þurfa búðir að veita mikinn afslátt til þess að lokaverð með virðisaukaskatti sé eins og virðisaukaskatti hafi ekki verið bætt við?

☐11,35%                      ☐19,35%                      ☐24%                      ☐53,76%

5. Við stökkum stöfunum í BESSASTADIR. Ef við krefjumst þess að eins stafir endi hlið við hlið, B endi fremst og að R endi aftast, hvað má gera þetta á marga vegu?

☐720                      ☐5040                      ☐40320                      ☐362880

6. Í níu-horna stjörnu eru allar hliðar jafnlangar og öll horn jafnstór. Eitt hornanna er merkt með  $\theta$  á myndinni hér til hliðar. Finnið stærð  $\theta$  í gráðum talið.



☐18                      ☐20                      ☐30                      ☐36

7. Summa jákvæðra deila tölunnar 18 að framtölum og henni sjálfri frátalinni er  $16 = 1 + 6 + 9$ . Hver eftirfarandi talna er jöfn summu jákvæðra deila sinna að framtölum og henni sjálfri frátalinni?

☐28                      ☐32                      ☐36                      ☐42

8. Tveir ólíkir hornpunktar tenings eru valdir af handahófi, þar sem allir valkostir eru jafn líklegir. Hverjar eru líkurnar að línan um þessa tvo hornpunkta liggja um miðju teningsins?

☐1/8                      ☐1/7                      ☐1/4                      ☐1/2

9. Ef  $0 \leq b \leq a$  eru rauntölur, þá er  $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} + \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$  jafnt

☐ $\sqrt{2a+2b}$                       ☐ $\sqrt{a} + \sqrt{b}$                       ☐ $2\sqrt{a}$                       ☐ $2\sqrt{b}$

10. Tvær hliðar þríhyrnings eru með lengdir 3 og 4. Hvað af eftirfarandi getur **ekki** gilt um flatarmálið  $A$  á þríhyrningnum?

☐ $A < 1$                       ☐ $A = 3$                       ☐ $A = 6$                       ☐ $A > 7$

**Annar hluti** (30 stig)

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki útskýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

**Öll svör í þessum hluta eru jákvæðar heiltölur minni en 10.000.**

- 11.** Köllum tölu samhverfa ef hún er eins lesin áfram eða afturábak í tugakerfi. Til dæmis er 12321 samhverf en 1233 ekki. Gefið er að  $x$  sé fjögurra stafa samhverf tala og  $x + 852$  er fimm stafa samhverf tala. Hvað er  $x$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

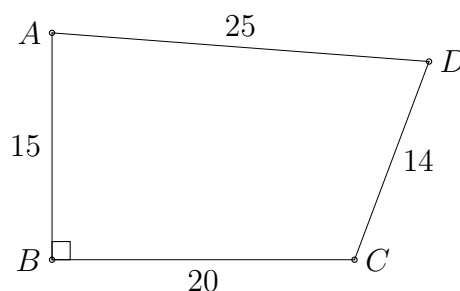
- 12.** Jákvæðu heiltölurnar  $x, y$  hafa báðar þversummu 2026, sem sagt summa tölustafa þeirra í tugakerfi er 2026. Hver er minnsta mögulega þversumma  $x + y$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

- 13.** Ef  $p, q, r$  eru framtölur þannig að  $pqr = 3(p + q + r) + 1$ , hvað er stærsta mögulega gildi  $5p + 3q + r$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

- 14.** Ferhyrningur  $ABCD$  hefur hliðarlengdir 15, 20, 14 og 25, í þeirri röð. Einnig eru hliðarnar af lengdum 15 og 20 hornréttar hvor á aðra. Hvert er flatarmál ferhyrningsins?



Svar: \_\_\_\_\_

- 15.** Hvað eru mörg ekki tóm hlutmengi í  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  með margfeldi sem endar á 0? Til dæmis er  $\{4, 7, 9, 10\}$  slíkt hlutmengi, en  $\{1, 7\}$  ekki.

Svar: \_\_\_\_\_

**Þriðji hluti** (40 stig)

Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. **Hér ber að rökstyðja svörin.** Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

**Dæmi 16**

Hver er minnsta jákvæða heiltalan  $k$  þannig að

$$\sqrt{x-20} + \sqrt{k-x} = 5$$

hafi að minnsta kosti eina rauntölulausn  $x$ ?

**Dæmi 17**

Talan  $n(n+1)/2$  kallast  $n$ -ta þríhyrningstalan fyrir  $n \geq 1$ , táknuð  $t_n$ . Runa þríhyrningstala byrjar þá 1, 3, 6, 10, 15, 21, . . . . Finnið allar jákvæðar heiltölur  $n$  þannig að  $t_n + 2026$  sé einnig þríhyrningstala. *Vísbending: Frumbáttun 2026 er  $2 \cdot 1013$ .*

**Dæmi 18**

Einhver fjarlægði allar tölurnar af klukku, svo þú veist ekkert hvernig hún á að snúa. Einnig eru vísarnir allir eins! Ef vísarnir eru með stefnur  $171^\circ$ ,  $305^\circ$  og  $339^\circ$  frá því að vísa beint upp, hvað er klukkan? Vísarnir færast aðeins einu sinni á sekúndu, svo vísarnir á klukkunni tákna heiltölufjölda sekúndna frá klukkan tólf.

**Dæmi 19**

Á hversu marga vegu má raða tölunum  $1, 2, \dots, n$  þannig að hver tala plús númer sæti síns sé veldi af tveimur?

Til dæmis ef  $n = 5$  er  $1, 2, 5, 4, 3$  ein lausn. Þá er 1 í sæti 1, sem saman er 2, sem er veldi af 2. Næst er 2 í sæti 2 sem er saman 4, næst 5 í sæti 3 sem er saman 8 og svo framvegis.